

# Algorytmika Praktyczna. Grafy.

Artur Laskowski

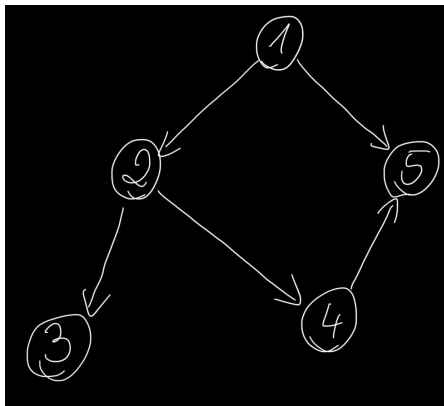
31 marca 2022, Poznań

# Sortowanie topologiczne

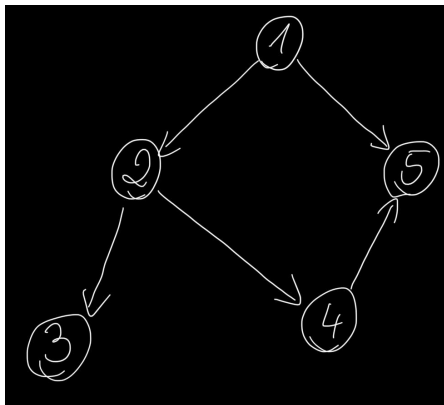
Dla grafów skierowanych bez cykli

Łuk  $A \rightarrow B$  oznacza, iż wierzchołek  $A$  musi być przetworzony przed  $B$

Dwa algorytmy



# Sortowanie topologiczne



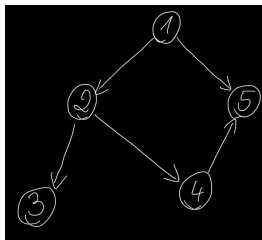
Możliwe sortowania:

[1, 2, 4, 5, 3]

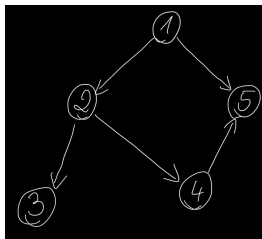
[1, 2, 4, 3, 5]

[1, 2, 3, 4, 5]

# Algorytm Kahn'a

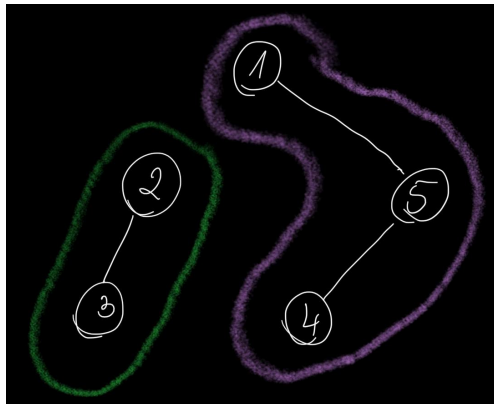


1. Wrzucić do rozwiązania wierzchołek, który ma stopień wejściowy 0,
2. Usunąć wszystkie krawędzie, które wychodzą z usuniętego wierzchołka,
3. Jeżeli zostały jakieś wierzchołki to wrócić do kroku 1.



Wyznacz kolejność POST-ORDER,  
Zwróć odwróconą kolejność POST-ORDER.

# Spójne składowe

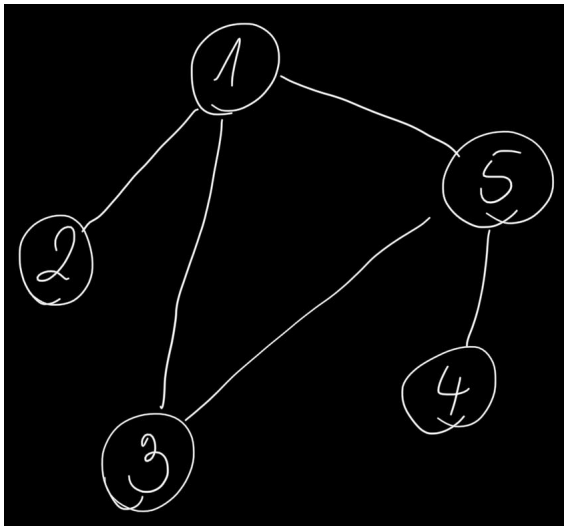


W grafach nieskierowanych,  
Grupy połączonych pośrednio lub bezpośrednio wierzchołków,  
Algorytm: każde wykonanie algorytmu DFS znajduje kolejną składową

# Spójność grafów nieskierowanych

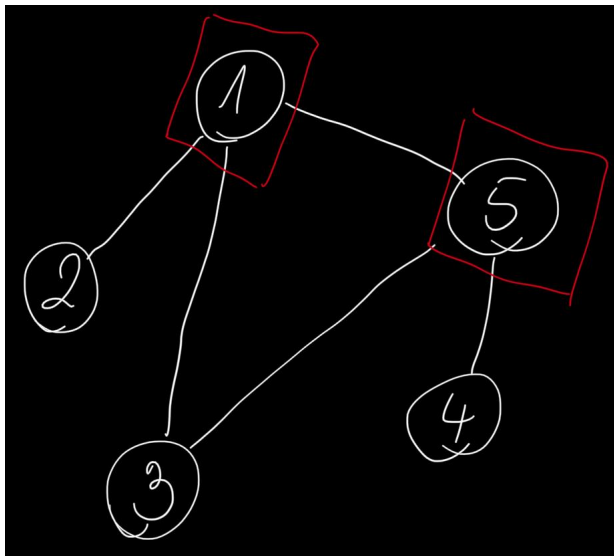
Punkty artykulacji - wierzchołki, których usunięcie rozspójnia graf,  
Mosty - krawędzie, których usunięcie rozspójnia graf

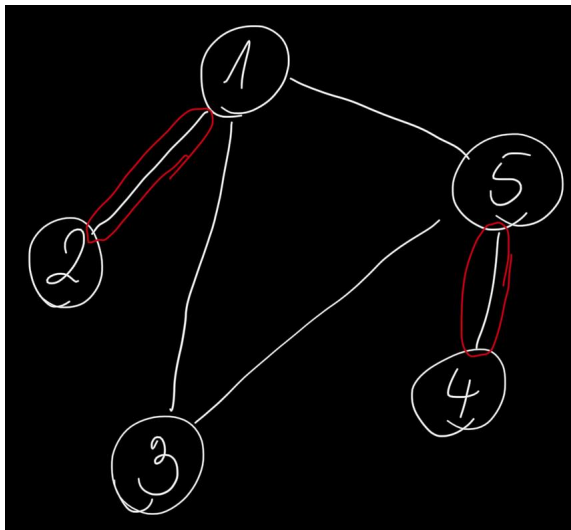
# Spójność grafów nieskierowanych





# Punkty Artykulacji



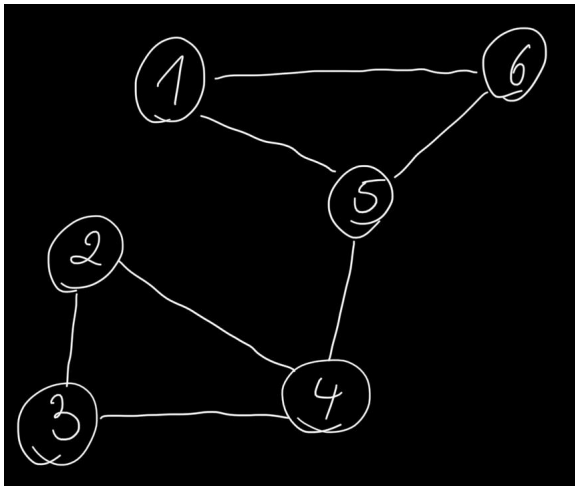


Wartość LOW to dla wierzchołka minimum z:

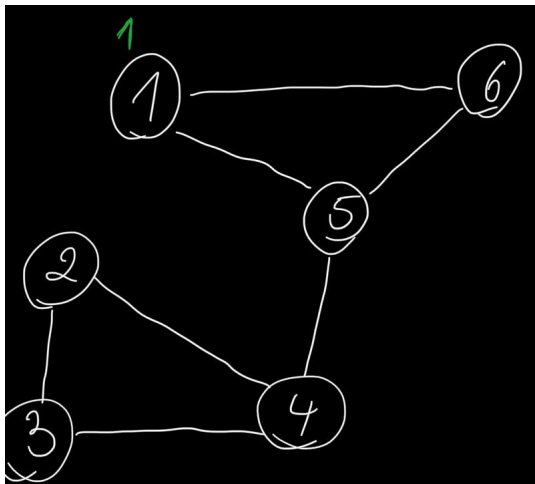
- Wartość pre-order tego wierzchołka,
- LOW dla następników w drzewie DFS, jeżeli mają wyznaczony,
- Pre-order dla następników w drzewie DFS.

Interpretacja: Minimalna wartość pre-order, do której można dojść, nie idąc przez ojca.

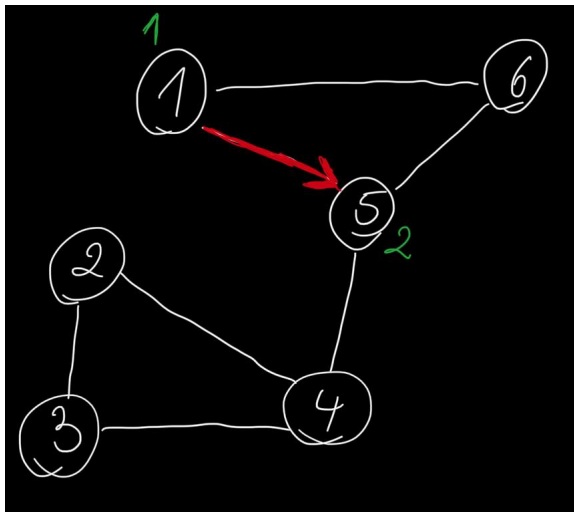
# Wartość LOW



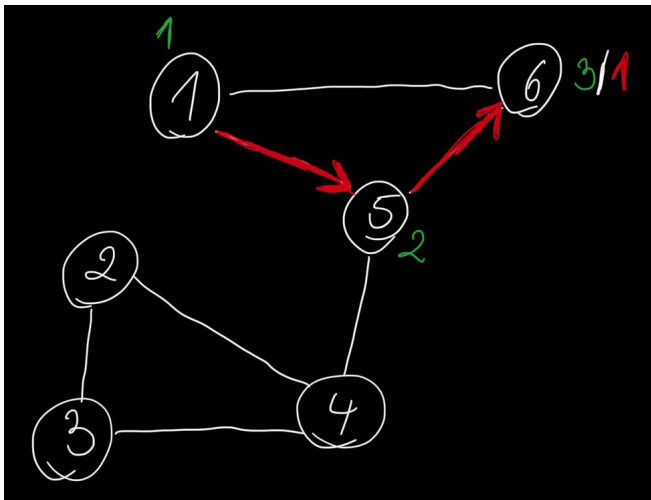
# Wartość LOW



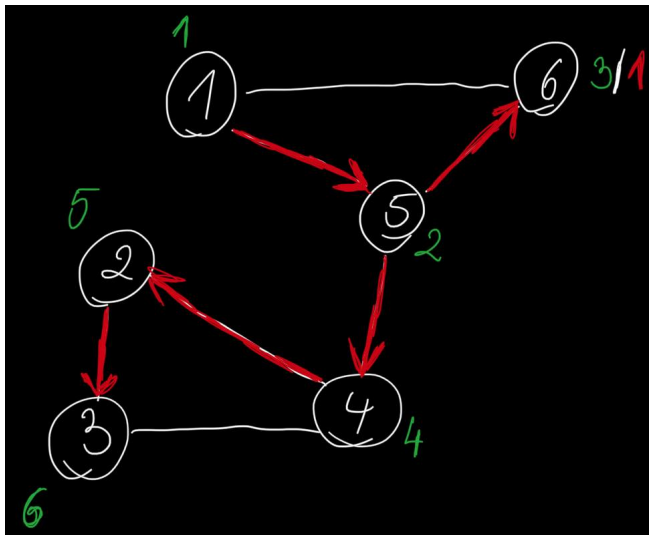
# Wartość LOW



# Wartość LOW

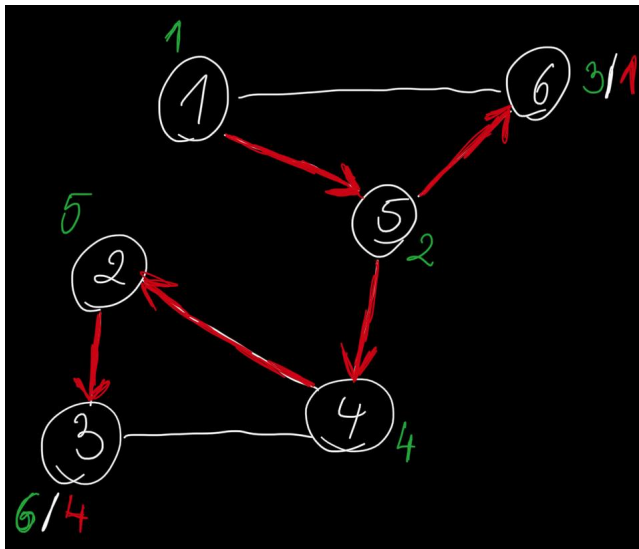


# Wartość LOW

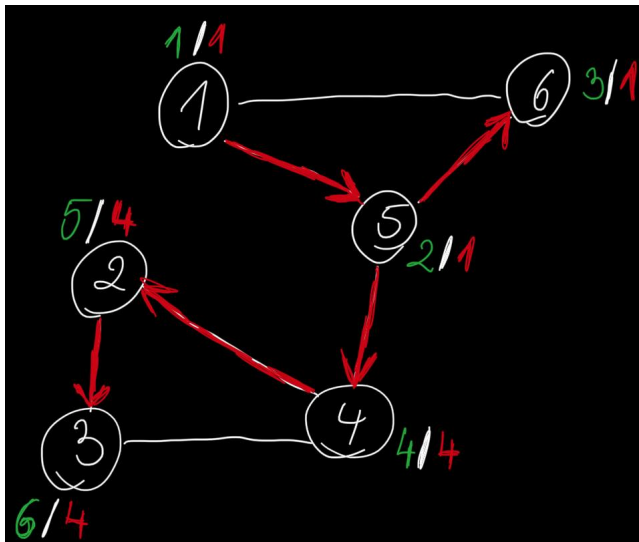




# Wartość LOW



# Wartość LOW



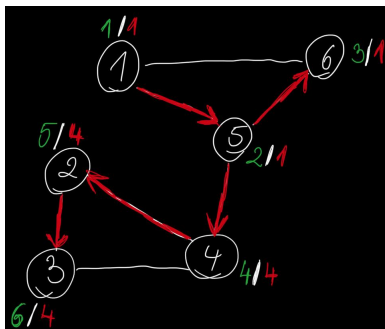
# Punkty artykulacji

Punktami artykulacji są:

Korzeń w drzewie DFS, jeżeli ma więcej niż jednego syna,

Inny wierzchołek  $v$ , jeżeli posiada syna  $s$ , dla którego:

$$low[s] \geq pre[v]$$



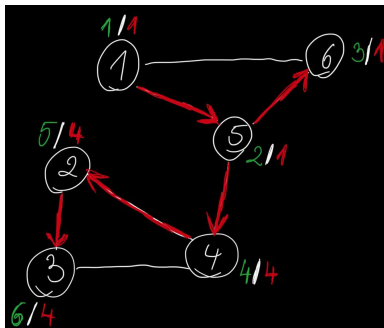
# Mosty

Mosty:

Każdy wierzchołek nie będący korzeniem, dla którego:

$$low[v] == pre[v],$$

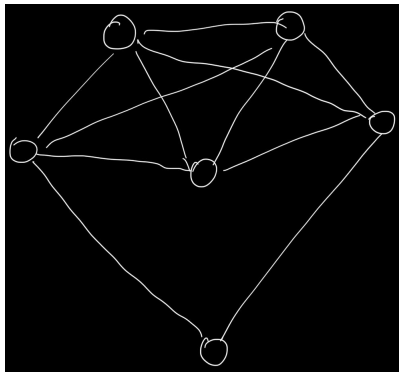
Drugim końcem mostu jest ojciec w drzewie DFS.



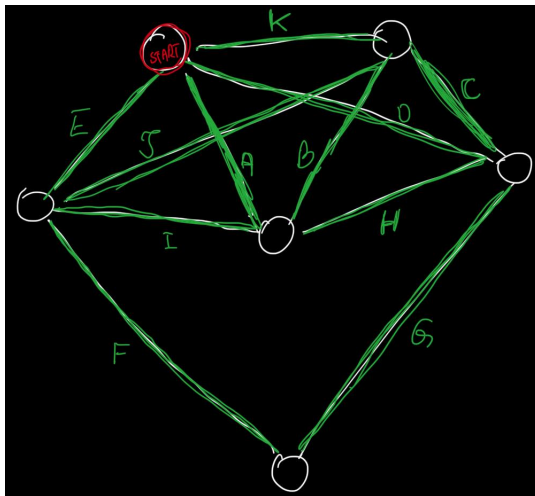
# Cykl Eulera

Dla zadanego grafu ścieżka Eulera przechodzi wszystkie jego krawędzie dokładnie raz,

Cykl Eulera rozpoczyna się i kończy w tym samym wierzchołku.



# Cykl Eulera



Cykl Eulera istnieje zawsze i tylko, gdy w danym grafie dla każdego wierzchołka jego stopień jest parzysty.

Wybierz wierzchołek startowy, zrób od niego dowolny poprawny cykl i oznacz odwiedzone krawędzie,

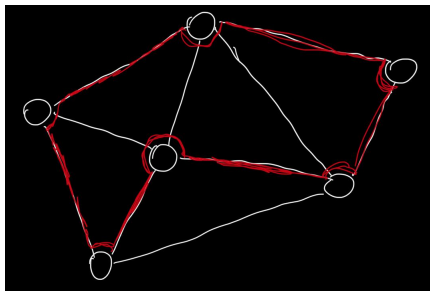
Jeżeli zostały jeszcze jakieś nieodwiedzone krawędzie, to wybierz wierzchołek, który ma nadal jakieś nieodwiedzone, i powtarzaj,

Skonstruowane cykle musisz odpowiednio "skleić".



# Cykl Hamiltona

Dla zadanego grafu ścieżka Hamiltona przechodzi wszystkie jego wierzchołki dokładnie raz,  
Cykl Hamiltona rozpoczyna się i kończy w tym samym wierzchołku.



<https://www.hackerrank.com/ap-03-2022>